

Jakub SOBEK¹, Václav VESELÝ², Lucie ŠESTÁKOVÁ³

**PŘESNOST APROXIMACE POLÍ NAPĚTÍ A POSUNŮ V TĚLESE S TRHLINOU
PRO ODHAD ROZSAHU ZÓNY PORUŠENÍ**

**ACCURACY OF APPROXIMATION OF STRESS AND DISPLACEMENT FIELDS
IN CRACKED BODY FOR ESTIMATION OF FAILURE ZONE EXTENT**

Abstrakt

Príspevok sa zaoberá analýzou polí napätí a deformácií v tělese s trhlinou. Záměrem autorů je určení dostačujícího počtu členů Williamsova mocninného rozvoje pro přesnou aproximaci těchto polí v okolí vrcholu trhliny, využitelnou dále např. pro odhad rozsahu lomové procesní zóny v kvazikřehkých materiálech. Hodnoty koeficientů těchto členů jsou určovány regresí z výsledků numerických simulací; jsou vyjádřeny jako funkce relativní délky trhliny. Řešeným případem je lomový test štípání klínem upraveného standardního krychlového tělesa pro zkoušení cementových kompozitů; numerická studie je provedena v MKP výpočetním systému ANSYS.

Klíčová slova

Těleso s trhlinou, pole v okolí trhliny, Williamsova mocninná řada, členy vyšších řádů, MKP, lomová procesní zóna, kvazikřehký lom.

Abstract

The paper deals with an analysis of the stress and displacement fields in a cracked body. The intention of the authors is to determine the sufficient number of terms of the Williams power series for an accurate approximation of the near-crack-tip fields which can be subsequently used *e.g.* for estimation of the extent of the fracture process zone in quasi-brittle materials. Values of coefficients of these terms are determined via regression from results of numerical simulations; the coefficients are expressed as functions of the relative crack length. The analysis is conducted on a 2D numerical model of the wedge-splitting test on a modified standard cube-shaped specimen used commonly for testing of cementitious composites; ANSYS FE computational system is employed.

Keywords

Cracked body, near-crack-tip fields, Williams power series, higher-order terms, FEM, fracture process zone, quasi-brittle fracture.

1 ÚVOD, CÍL

Lomové chování kvazikřehkých stavebních materiálů (např. beton, keramika, skalní horniny) je zkoumáno prostřednictvím experimentů na tělesech opatřených koncentrátory napětí (vruby, zářezy). Při těchto testech, ve většině případů destruktivních, jsou zkušební tělesa namáhána

¹ Ing. Jakub Sobek, Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, VUT v Brně, Veveří 331/95, 602 00 Brno, tel.: (+420) 541 147 116, e-mail: sobek.j@fce.vutbr.cz.

² Ing. Václav Veselý, Ph.D., Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, VUT v Brně, Veveří 331/95, 602 00 Brno, tel.: (+420) 541 147 362, e-mail: vesely.vl@fce.vutbr.cz.

³ Ing. Lucie Šestáková, Ph.D., Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, VUT v Brně, Veveří 331/95, 602 00 Brno, e-mail: sestakova.l@fce.vutbr.cz.

v různých tahových/tlakových/ohybových módech zatěžování, aby se zjistily jejich lomově-mechanické vlastnosti a parametry modelů, kterými se tyto jevy porušování numericky simulují. Dlužno dodat, že takové testy jsou značně časově i finančně náročné. Motivací je tedy snižovat počet nutných provedení reálných testů pro postižení lomových vlastností zkoumaného materiálu pomocí numerických simulací. Jinými slovy, pomocí ekonomicky poměrně méně náročného numerického modelování prozkoumat co nejpřesněji jevy vyskytující se u skutečných testů na zkušebních tělesech.

Popis lomu kvazikřehkých materiálů je dosti problematický (shrnutí např. v [1–4]). Ukazuje se, že pro správnou interpretaci jevů tahového porušování kvazikřehkých materiálů je před čelem trhliny nutno uvažovat existenci tzv. lomové procesní zóny (LPZ), která mění svůj tvar a velikost během šíření trhliny [5–9]. Také je nutno přihlídnout k různým okrajovým podmínkám při analýze zkušebního tělesa (výpočtového modelu), které mají na rozsah LPZ nezanedbatelný vliv. Zkoumání vlastní existence FPZ a jejich charakteristik je stále tématem výzkumu, a to jak v oblasti experimentální [10–15], tak výpočetní [15–18].

V předchozích studiích [19–23] byla autory otestována vhodnost užití regresní techniky, tzv. metody přeurčitosti (Over-Deterministic Method – ODM [24]), pro stanovení hodnot koeficientů vyšších členů Williamsovy řady [25] u těles s trhlinou určených pro zkoušku štípání klnem (Wedge-Splitting Test – WST). Její podstatou je řešení přeurčité soustavy rovnic, vycházející z aplikace metody nejmenších čtverců, na vyjádření posunů pomocí Williamsovy mocninné řady. Jako vstupní parametry do tohoto zápisu slouží souřadnice a posuny vybrané množiny uzlů sítě konečných prvků (vypočtené např. v běžných komerčních konečně-prvkových programech). Stanovené hodnoty koeficientů členů Williamsovy řady lze pak vyjádřit jako funkce délky trhliny. Po vztažení těchto hodnot k úrovni aplikovaného napětí se získá bezrozměrné vyjádření funkcí koeficientů členů řady nazývaných také jako tvarové funkce. Tyto funkce lze pak zpětně použít pro analytickou rekonstrukci polí napětí a posunů při jejich dosazení do odpovídajících předpisů pomocí Williamsovy řady.

V tomto článku se autoři zabývají přesností stanovených tvarových funkcí, především pak pro vyšší členy řady (charakterizují vliv tvaru tělesa a okrajových podmínek). V potaz jsou brány varianty výběru různého počtu uzlů v okolí vrcholu trhliny, dále pak vzdálenost takto vybraných uzlů od kořene trhliny.

2 POLE NAPĚTÍ A DEFORMACÍ V TĚLESE S TRHLINOU

2.1 Williamsův mocninný rozvoj

Pole napětí a deformací v homogenním izotropním tělese s trhlinou lze vyjádřit jako nekonečnou mocninnou řadu – Williamsův rozvoj [25]. Tenzor napětí $\{\sigma\}$ a vektor deformace $\{u\}$ lze pro elastické izotropní těleso s trhlinou zapsat ve tvaru:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2} r^{\frac{n}{2}-1} A_n \cdot \begin{Bmatrix} \left[2 + (-1)^n + \frac{n}{2} \right] \cos\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta - \left(\frac{n}{2}-1\right) \cos\left(\frac{n}{2}-3\right)\theta \\ \left[2 - (-1)^n - \frac{n}{2} \right] \cos\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta + \left(\frac{n}{2}-1\right) \cos\left(\frac{n}{2}-3\right)\theta \\ - \left[(-1)^n + \frac{n}{2} \right] \sin\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta + \left(\frac{n}{2}-1\right) \sin\left(\frac{n}{2}-3\right)\theta \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^{n/2}}{2\mu} A_n \cdot \begin{Bmatrix} \left(\kappa + \frac{n}{2} + (-1)^n \right) \cos \frac{n}{2}\theta - \frac{n}{2} \cos\left(\frac{n}{2}-2\right)\theta \\ \left(\kappa - \frac{n}{2} - (-1)^n \right) \sin \frac{n}{2}\theta + \frac{n}{2} \sin\left(\frac{n}{2}-2\right)\theta \end{Bmatrix}, \quad (2)$$

kde:

r, θ – jsou polární souřadnice (počátek soustavy souřadnic je situován do vrcholu trhliny, kladná osa x je orientována ve směru šíření trhliny) [m],

μ – modul pružnosti ve smyku ($\mu = E/(2(1 + \nu))$) [Pa],

κ – Kolosovova konstanta ($\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$ pro rovinnou napjatost a $\kappa = (3 - 4\nu)$ pro rovinnou deformaci) [-],

E, ν – Youngův modul pružnosti resp. Poissonův součinitel, [Pa] resp. [-],

A_n – konstanty pro konkrétní délku trhliny [$\text{Pa}/\text{m}^{n/2-1}$] a

n – index členu řady [-].

Hodnoty koeficientů A_n se vyjadřují jako funkce relativní délky trhliny a normují se na jednotkové zatížení – takto se definují tzv. bezrozměrné tvarové funkce g_n [26–27]. Koeficientům jednotlivých členů Williamsovy řady pak odpovídají tyto funkční předpisy:

$$g_n(\alpha) = \frac{A_n(\alpha)}{\sigma} W^{\frac{n-2}{2}} \quad \text{pro } n = 1, 3, 4, \dots, N \quad \text{a} \quad g_2 = t(\alpha) = \frac{4A_2(\alpha)}{\sigma}, \quad (3)$$

kde:

α – je relativní délka trhliny ($\alpha = a/W_{\text{ef}}$) [-],

σ – je nominální napětí v centrální rovině tělesa způsobené aplikovaným zatížením ($\sigma = P_{\text{sp}}/BW$) [Pa],

W – je šířka resp. výška zkušební tělesa [m] a

B – je její tloušťka [m].

Jednotlivé dimenze WST tělesa jsou naznačeny na schématu zkoušky na Obr. 1a.

2.2 Metoda přeurčitosti

Metoda, která se využívá při řešení soustavy rovnic vycházející z předpisu (2), se cizím názvem označuje jako over-deterministic method [24]. Český ekvivalent není zaveden a autoři používají termín metoda neurčitosti, příp. přeurčitostní metoda. Matematicky jde o metodu nejmenších čtverců a její podstatou je řešení soustavy $2k$ rovnic, kde k vyjadřuje počet vybraných uzlů kolem vrcholu trhliny, pro N zvolených členů mocninné řady. Ze znalosti komponentů vektoru posunu u a v v k vybraných uzlech MKP sítě (nejčastěji z konečně-prvkového řešení na běžně dostupném výpočtovém softwaru) a souřadnic těchto uzlů lze vyčíslovat rovnici (2) pro N členů řady tak, aby $N \leq 2k$. Řešením přeurčité soustavy rovnic (4) metodou nejmenších čtverců, schematicky zapsanou ve vztazích (5) a (6), získáme vektor koeficientů členů řady A_n (a tedy i jím odpovídajících tvarových funkcí g_n):

$$\{U\} = [F] \cdot \{A\} \quad (4)$$

$$[F]^T \cdot \{U\} = [F]^T \cdot [F] \cdot \{A\} \quad (5)$$

$$\{A\} = \left([F]^T \cdot [F]\right)^{-1} \cdot [F]^T \cdot \{U\} \quad (6)$$

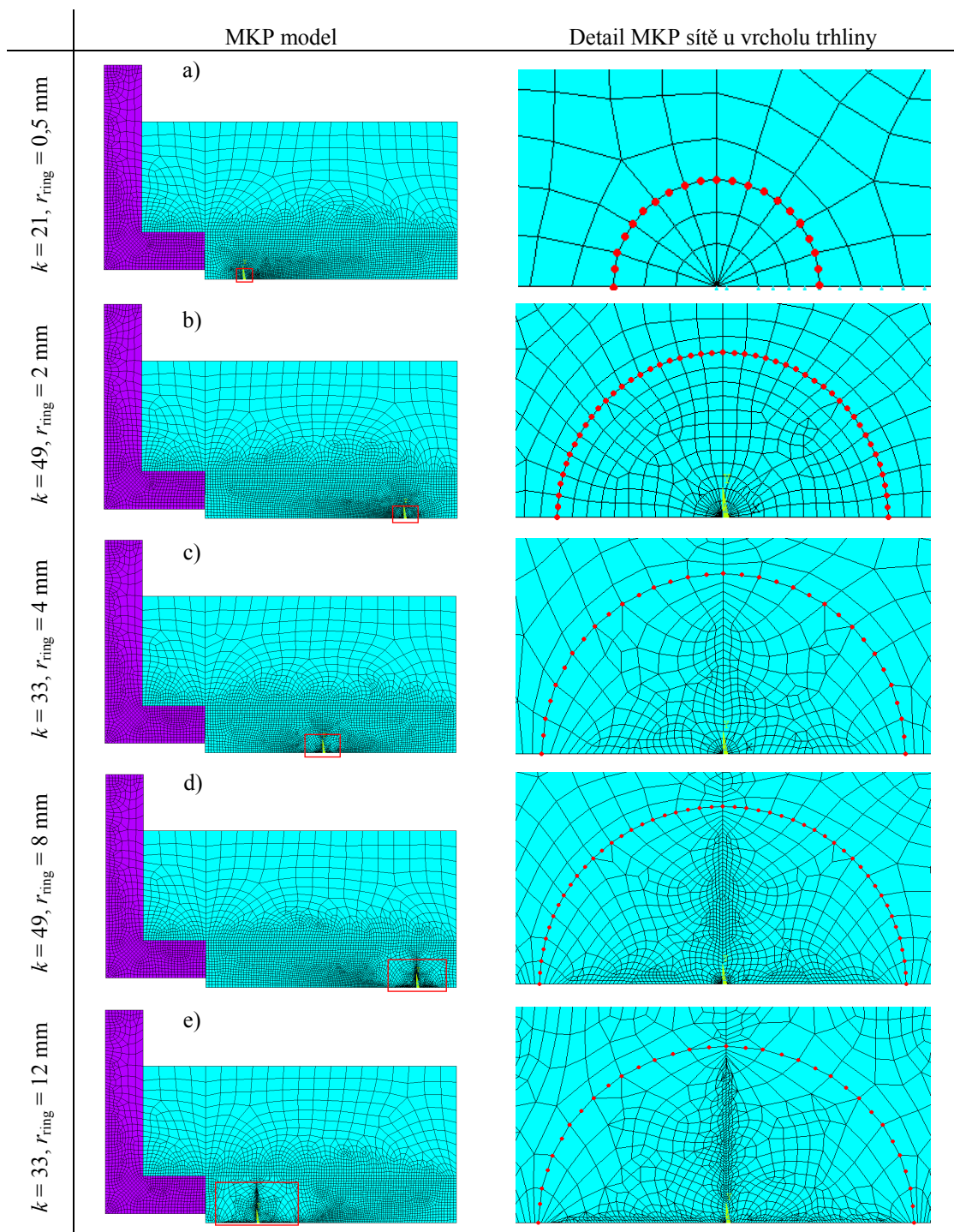
kde:

$\{U\}$ – představuje vektor posunů u a v ve vybraných uzlech sítě,

$[F]$ – matici zahrnující geometrické funkce, závislé na polárních souřadnicích uzlů (viz rov. (2)),

$\{A\}$ – vyjadřuje vektor hledaných koeficientů členů Williamsova rozvoje.

od vrcholu trhliny větší než 4 %) lze pozorovat dosti nevhodný tvar MKP sítě související s tvorbou modelu. Nicméně ani u těchto variant nebyla programem hlášena iregularita sítě.



Obr. 2: Celkový pohled (vlevo) a detail sítě konečných prvků kolem vrcholu trhliny (vpravo) pro vybrané varianty výpočtu: a) 21 uzlů s poloměrem 0.5 mm, b) 49 uzlů s poloměrem 2 mm, c) 33 uzlů s poloměrem 4 mm, d) 49 uzlů s poloměrem 8 mm, c) 33 uzlů s poloměrem 12 mm

Poznamenejme, že zde používané absolutní vyjádření hodnoty poloměru prstence r_{ring} je nutné posuzovat v relaci s absolutní hodnotou délky hrany krychle W . Ekvivalentně by zde bylo možné také používat relativní délky poloměrů normované právě hodnotou W .

Využitým prostředím pro implementaci ODM byl program MathCAD, další vyhodnocení bylo provedeno v programu MS Excel.

4 DISKUZE VÝSLEDKŮ, ZÁVĚR

Vyhodnocení všech 15 možných variant shrnuje Tab. 1, která ukazuje nejvyšší index n tvarové funkce g_n , kterou lze ještě použít pro dostatečně přesnou aproximaci pole napětí a deformací.

Postup určení hodnoty tohoto indexu ilustrujeme pomocí porovnání Obr. 3 a 4, kde jsou srovnávány průběhy tvarových funkcí g_n v závislosti na relativní délce trhliny α pro všechny uvažované varianty počtu vybraných uzlů a jejich vzdálenosti od vrcholu trhliny – hladký průběh křivky reprezentuje dostatečně přesný výsledek varianty výběru uzlů; zato prudké změny průběhu křivek ukazují na výraznou relativní chybu oproti jiným variantám. Obr. 3 ilustruje průběh tvarové funkce g_4 pro všechny zmíněné konfigurace. Je zde vidět, že všechny tvoří „hladkou“ křivku – pro analýzu pole napětí a deformací tělesa (s využitím prvních čtyř tvarových funkcí/členů Williamsova rozvoje) můžeme tedy použít jakoukoliv z patnácti uvažovaných variant. Naopak, na Obr. 4 si lze povšimnout výrazných fluktuací křivek u tvarových funkcí, které všechny mají vzdálenost výběru uzlů $r_{\text{ring}} = 0.5 \text{ mm}$. Obr. 5 a 6 pak zobrazují jen ty funkce, které mají hladký průběh (ostatní nevhodné varianty jsou vynechány). Takovým způsobem byl zvolen nejvyšší index dostatečně přesné tvarové funkce pro Tab. 1.

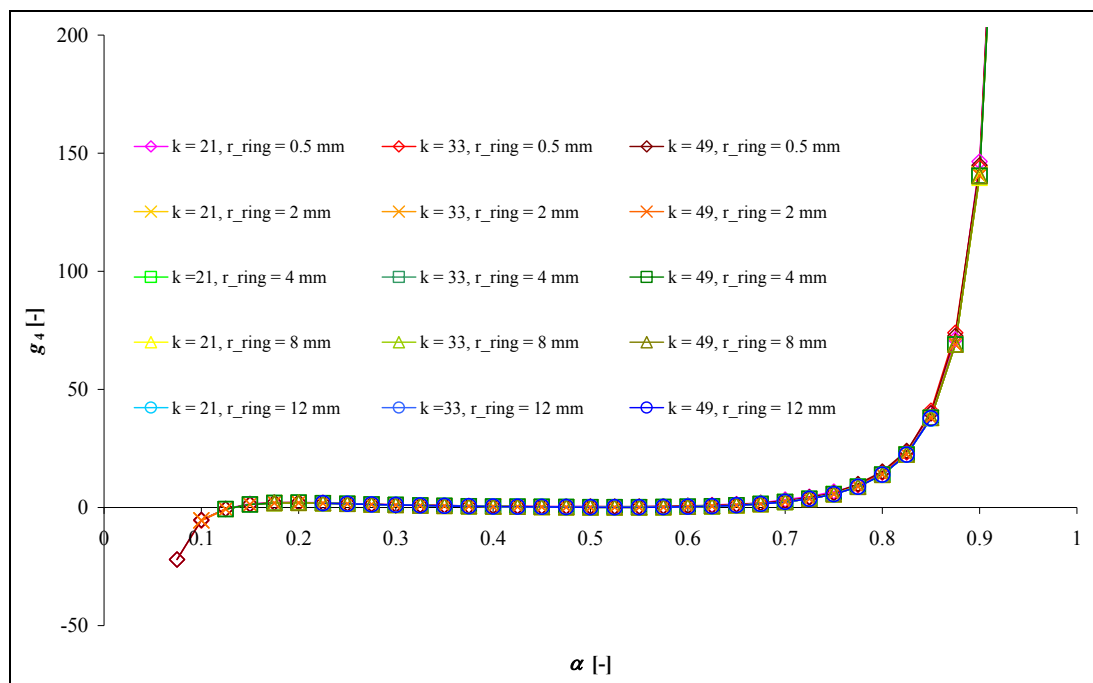
Určení dostatečné přesnosti aproximace je tedy založeno pouze na vizuální kontrole průběhu funkce. Při dosavadních analýzách zpracovávaného výzkumného úkolu se však tato technika osvědčila, naopak „objektivní“ kritéria založená na posouzení přesnosti z nějakého typu normalizovaného vyjádření selhávají vzhledem k velkému gradientu funkcí u okrajů intervalu definičního oboru (znemožňuje normování absolutní hodnotou), případně velmi nízkým hodnotám funkcí v některých bodech definičního oboru (pro hodnoty funkcí blížících se k nule – znemožňuje relativní normování).

Tab. 1: Nejvyšší index n dostatečně přesné tvarové funkce pro různé varianty výběru uzlů

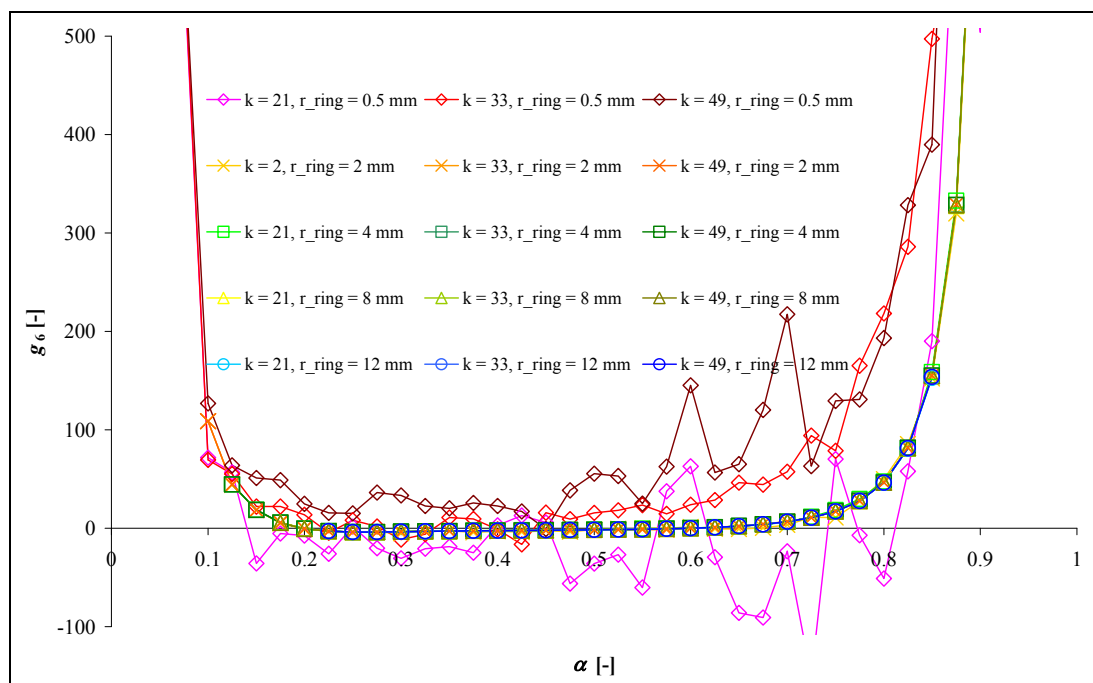
$k \setminus r_{\text{ring}}$	0.5 mm	2 mm	4 mm	8 mm	12 mm
21	4	5	7	8	9
33	4	6	8	9	10
49	4	7	9	10	-

Z porovnání grafů na uvedených obrázcích je zřejmé, že se zvyšujícím se počtem vybraných uzlů k se zpřesňují požadované tvarové funkce koeficientů vyšších členů řady. Je to tím markantnější, čím větší vzdálenost r_{ring} od kořene trhliny použijeme. Jinými slovy, se zvyšujícím se indexem nejvyššího uvažovaného člene řady n (při požadavku zachování dostatečné přesnosti) je nutné brát do úvahy výsledky pro varianty s větším počtem uzlů k , ale zejména pro varianty s větší vzdáleností r_{ring} místa pro jejich výběr od čela trhliny.

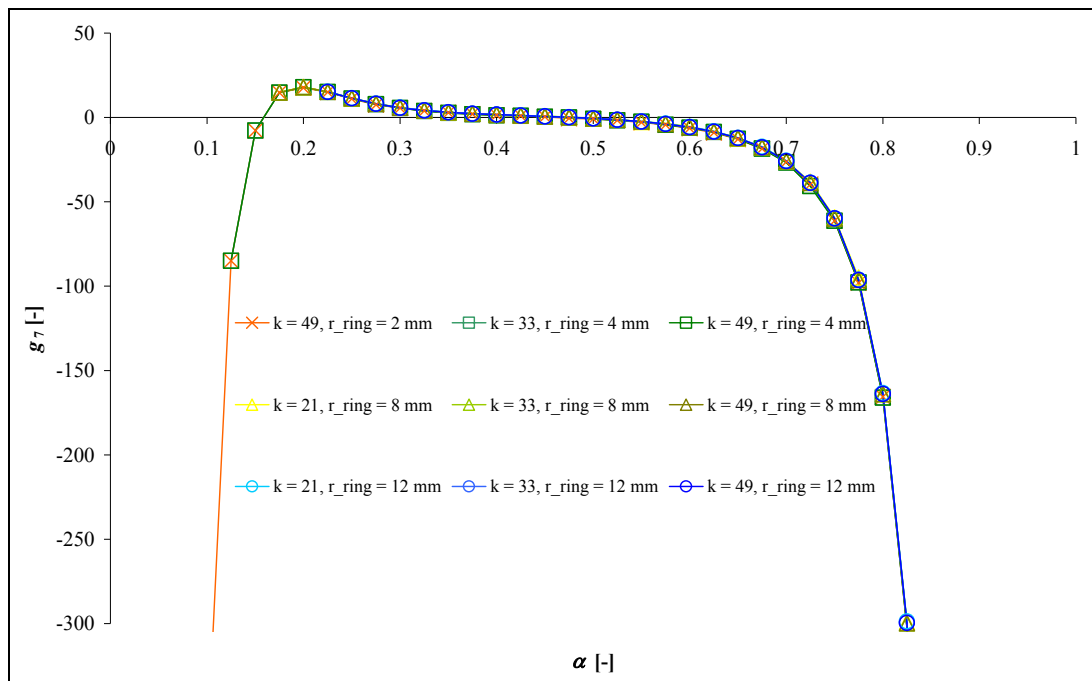
Nevýhodou výběru uzlů z větší vzdálenosti je však limitovaný rozsah relativní délky trhliny pro vyhodnocené tvarové funkce. Vzhledem ke způsobu tvorby MKP sítě v okolí kořene trhliny (půlkruhová oblast, z jejíž hranice se vybírají uzly pro ODM) tak nezískáme hodnoty tvarových funkcí pro velmi krátké a velmi dlouhé trhliny (viz Obr. 2d a 2e). Tuto nevýhodu, podle názoru autorů, bude možné odstranit vytvořením procedury umožňující výběr uzlů z flexibilněji definované oblasti. V prostředí použitého výpočtového MKP programu ANSYS bude definována technika výběru uzlů zohledňující délku trhliny/ligamentu (tj. vzdálenosti čela trhliny od přední resp. zadní strany tělesa), případně dalších volných okrajů tělesa. Bude vyšetřována i možnost vylepšení výsledků prostřednictvím uvažování více vrstev uzlů. Tato procedura je v současnosti vyvíjena.



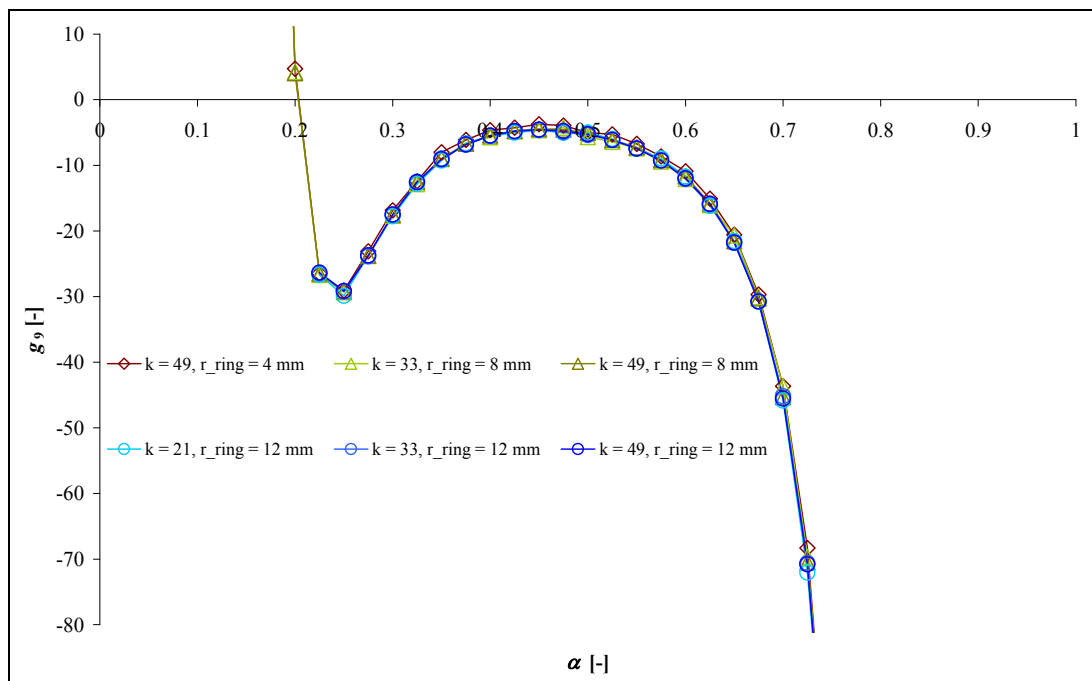
Obr. 3: Průběh tvarové funkce g_4 pro všechny uvažované varianty výběru uzlů



Obr. 4: Průběh tvarové funkce g_6 pro všechny uvažované varianty výběru uzlů



Obr. 5: Průběh tvarové funkce g_7 pro dostatečně přesné varianty výběru uzlů



Obr. 6: Průběh tvarové funkce g_9 pro dostatečně přesné varianty výběru uzlů

Relevantnost dosažených výsledků bude dále zkoumána při použití alternativních postupů tvorby sítě, zejména v blízkém okolí vrcholu trhliny. Poznamenejme, že použití ODM pro určování koeficientů vyšších členů Williamsovy mocninné řady pro aproximaci polí napětí a deformací v tělese s trhlinou je nutné hlouběji prozkoumat, zejména s ohledem na přesnost koeficientů členů

s vysokými indexy (např. $n > 10$) a nutnost/vhodnost jejich použití při analytické rekonstrukci těchto polí pro odhad rozsahu zóny porušení. Analýza rekonstruovaných polí napětí s jejich srovnáním s numerickým řešením je v současnosti zpracovávána a připravována k publikaci.

PODĚKOVÁNÍ

Príspevek byl realizován v rámci juniorského specifického vysokoškolského výzkumu na VUT v Brně, projekt registrován na VUT pod č. FAST-J-12-3, a za finančního přispění Grantové agentury ČR, projekt P105/12/P417.

LITERATURA

- [1] KARIHALOO, B.L. *Fracture mechanics and structural concrete*. New York: Longman Scientific & Technical, 1995.
- [2] SHAH, S. P., SWARTZ, S.E., OUYANG, C. *Fracture mechanics of structural concrete: applications of fracture mechanics to concrete, rock, and other quasi-brittle materials*. New York: John Wiley & Sons, 1995.
- [3] van MIER, J.G.M. *Fracture processes of concrete: assessment of material parameters for fracture models*. Boca Raton: CRC Press, 1997.
- [4] BAŽANT, Z.P., PLANAS, J. *Fracture and size effect in concrete and other quasi-brittle materials*. Boca Raton: CRC Press, 1998.
- [5] BAŽANT, Z.P. Analysis of work-of-fracture method for measuring fracture energy of concrete. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*. 1996, 122(2), pp. 138-144.
- [6] HU, X-Z. & DUAN, K. Influence of fracture process zone height on fracture energy of concrete. *Cement and Concrete Research*. 2004, 34, pp. 1321-1330.
- [7] DUAN, K., HU, X-Z. & WITTMANN, FH. Size effect on specific fracture energy of concrete. *Engineering Fracture Mechanics*. 2007, 74, pp. 87-96.
- [8] VESELÝ, V. & FRANTÍK, P. Reconstruction of a fracture process zone during tensile failure of quasi-brittle materials. *Applied and Computational Mechanics*. 2010, 4, pp. 237-250.
- [9] FRANTÍK, P., VESELÝ, V. & KERŠNER, Z. Parallelization of lattice modelling for estimation of fracture process zone extent in cementitious composites. Under review in *Advances in Engineering Software*, expected in 2012
- [10] SHAH, S.P. Experimental methods for determining fracture process zone and fracture parameters. *Engineering Fracture Mechanics*. 1990, 35, pp. 3-14.
- [11] MIHASHI, H., NOMURA, N. Correlation between characteristics of fracture process zone and tension-softening properties of concrete. *Nuclear Engineering and Design*. 1996, 165, pp. 359-376.
- [12] LANDIS, E. Micro-macro fracture relationships and acoustic emissions in concrete. *Construction and Building Materials*. 1999, 13, pp. 65-72.
- [13] OTSUKA, K. & DATE, H. Fracture process zone in concrete tension specimen. *Engineering Fracture Mechanics*. 2000, 65, pp. 111-131.
- [14] MURALIDHARA, S., RAGHU PRASAD, B.K., ESKANDARI, H. & KARIHALOO, B.L. Fracture process zone size and true fracture energy of concrete using acoustic emission. *Construction and Building Materials*. 2010, 24, pp. 479-486.
- [15] VIDYA SAGAR, R., RAGHU PRASAD, B.K. & KARIHALOO B.L. Verification of the applicability of lattice model to concrete fracture by AE study. *International Journal of Fracture*. 2010, 161, pp. 121-129.
- [16] ELIÁŠ, J. & BAŽANT, Z.P. Fracturing in concrete via lattice-particle model. In: *2nd International Conference on Particle-based Methods – Fundamentals and Applications (PARTICLES 2011)*, 26–28 October 2011, Barcelona, Spain. E. Oñate and D.R.J. Owen (Eds).

Barcelona: International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE), 2011, pp. 306-317.

- [17] GRASSL, P. & JIRÁSEK, M. Meso-scale approach to modelling the fracture process zone of concrete subjected to uniaxial tension. *International Journal of Solids and Structures*. 2010 47, pp. 957-968.
- [18] GRASSL, P., GRÉGOIRE, D., SOLANO, L.R. & PIJAUDIER-CABOT, G. Meso-scale modelling of the size effect on the fracture process zone of concrete. *Cond-mat.mtrl-sci*. arXiv:1107.2311v1, 2012.
- [19] VESELÝ, V., ŠESTÁKOVÁ, L. & SEITL, S. Influence of boundary conditions on higher order terms of near-crack-tip stress field in a WST specimen. *Key Engineering Materials*. 2012, 488-489, pp. 399-402. doi:10.4028/www.scientific.net/KEM.488-489.399
- [20] SOBEK, J., VESELÝ, V., SEITL, S. & ŠESTÁKOVÁ, L.. Study on determination of accurate approximation of near-crack-tip stress and displacement fields in cracked bodies. In: *Book of extended abstracts of conference Computational Mechanics 2011* (CD), 7–9 November 2011 Pilsen. V. Adámek, M. Zajíček (Eds.). Pilsen: University of West Bohemia, 2011, 2 p., ISBN 978-80-261-0027-0.
- [21] ŠESTÁKOVÁ, L. Mixed-mode higher-order terms coefficients estimated using the over-deterministic method. In: *Proceedings of 18th International Conference Engineering Mechanics*, Svratka, 14–17 May 2012. J. Náprstek & C. Fischer (Eds.). Prague: Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Academy of Science of the Czech Republic, v.v.i., pp.1301-1307.
- [22] VESELÝ, V., SOBEK, J., ŠESTÁKOVÁ, L. & SEITL, S. Accurate description of near-crack-tip fields for the estimation of inelastic zone extent in quasi-brittle materials. *Key Engineering Materials*. 2013, 525-526, pp. 529-532. doi:10.4028/www.scientific.net/KEM.525-526.529
- [23] ŠESTÁKOVÁ, L. How to enhance efficiency and accuracy of the over-deterministic method used for determination of the coefficients of the higher-order terms in Williams expansion. Under review in *Applied Mechanics and Materials*, expected in 2013.
- [24] AYATOLLAHI, M.R. & NEJATI, M.. An over-deterministic method for calculation of coefficients of crack tip asymptotic field from finite element analysis. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures*. 2010, 34, pp. 159-176.
- [25] WILLIAMS, M.L. On the stress distribution at the base of a stationary crack. *ASME Journal of Applied Mechanics* 1957, 24, pp. 109-114.
- [26] KARIHALOO, B.L., ABDALLA, H.M. & XIAO, Q.Z. Coefficients of the crack tip asymptotic field for wedge-splitting specimens. *Engineering Fracture Mechanics*. 2003, 70, pp. 2407-2420.
- [27] KNĚSL, Z. & BEDNÁŘ, K. *Dvouparametrová lomová mechanika: výpočet parametrů a jejich hodnoty*. Brno: Ústav fyziky materiálů AV ČR v. v. i., 1998.
- [28] LINSBAUER, H.N. & TSCHEG, E.K. Fracture energy determination of concrete with cube-shaped specimens. *Zement und Beton*. 1986, 31, pp. 38-40.
- [29] ANSYS Documentation. Version 11.0, Swanson Analysis System, Inc., Houston, Pennsylvania, 2007.

Oponentní posudek vypracoval:

Doc. Ing. Luboš Náhlík, Ph.D., Ústav fyziky materiálů AV ČR, v. v. i.

Ing. Daniel Vavřík, Ph.D., Ústav teoretické a aplikované mechaniky AV ČR, v. v. i.